



TITLE:

# ベナール対流系の間欠性カオス(カオスとその周辺,研究会報告)

AUTHOR(S):

佐野, 雅己; 沢田, 康次

---

CITATION:

佐野, 雅己 ...[et al]. ベナール対流系の間欠性カオス(カオスとその周辺,研究会報告). 物性研究 1985, 44(2): 328-331

ISSUE DATE:

1985-05-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/91578>

RIGHT:

## 研究会報告

### 基研長期研究会

#### 「カオスとその周辺」

(1985年3月8日受理)

標記研究会が1984年12月13日より15日迄の3日間基研で開かれた。以下は講演者と題目及び各講演者による報告(未着分を除く)である。

世話人 相沢洋二, 北原和夫, 蔵本由紀  
八幡英雄, 山田知司

- ・ベナール対流系の間欠性カオス 佐野雅己, 沢田康次(東北大通研)
- ・自由度の大きいカオスへのアプローチ 佐藤信一, 佐野雅己, 沢田康次(東北大通研)
- ・ベナール対流における乱流発生の経路 八幡英雄(広大理)
- ・周期カオスのスペクトル構造 吉田 健(九大理)
- ・間欠的カオスのスペクトル構造のスケーリング理論 森 肇(九大理)
- ・ある高次元アトラクターのリアプノフ特性 池田研介(京大理)
- ・生体系のカオスと情報 津田一郎(新技術開発事業団)
- ・神経膜レベルにおけるカオスとその分岐 合原一幸(東京電大), 松本 元(電総研)
- ・神経ネットワークモデルの秩序とカオス 佐藤和弘, 百瀬洋一(電通大物工)
- ・位相乱流方程式についてのコメント 蔵本由紀(京大基研)
- ・コメント\* 北原和夫(東工大理)
- ・コメント\* 加藤正人(日大生産工)
- ・カオス多体系の統計熱力学 相沢洋二(京大理)
- ・カオス多体系の引き込み現象 神山 保(京大理)
- ・結合カオスにおける一様カオスの安定性 藤坂博一(鹿大理), 山田知司(九工大工)
- ・転移モデルにおけるカオスによる拡散運動 井上政義, 藤坂博一(鹿大理)
- ・量子カオスと伏見関数 高橋公也, 斎藤信秀(早大理工)
- ・Quantal Version of Global Stochastization due to Overlap of Resonances

・カオスの挙動を示す exact に解けるモデル

・自己相似性について

・一般化されたランダムウォークの経路のゆらぎと分岐

・境界競合による Frustrated Instability と初等数論的秩序

・セパトリックス近傍のカオスのリヤプノフ数と拡散係数

・非線形シュレーディンガー方程式のソリトン・カオス

・高次元カオスの統計的性質 ( リヤプノフ次元, 関連々数,  $K_2$  エントロピー )\*

戸田幹人, 池田研介 ( 京大理 )

桂 重俊, 福田 互 ( 東北大工 )

畑 政義 ( 京大理 )

原 啓明 ( 東北大工 )

水野正彦, 池田研介 ( 京大理 )

長島弘幸 ( 静大教養 )

野崎一洋, 戸次直明 ( 名大理 )

三浦輝夫, 甲斐 透 ( 大阪市大理 )

## ベナール対流系の間欠性カオス

東北大・通研 佐野雅己, 沢田康次

流体系におけるカオスの発生と発達過程を実験的に明らかにしようとする時、ベナール対流系は、最も典型的で簡単なシステムであると言える。我々の現在の目的は、(1) カオスの発生と発達過程の定量的測定、そして、(2) 空間自由度が増大した場合のカオスの性質を明らかにすることである。今回の報告では特に、アスペクト比の小さい場合に生ずる間欠性カオスに関する定量的測定を中心に述べる。

プラントル数  $P_r \sim 5.7$  (水) で奥ゆき方向のアスペクト比 ( $\Gamma_y = 1.5$ ) を固定して、 $\Gamma_x$  を変化させ発生するカオスのタイプを調べた。 $\Gamma_x \leq 4.0$  では、カオスに至るルートは、かなり明確に低自由度系特有の性格を示す。 $\Gamma_x$  が 3 に近い場合は、2 回の Hopf 分岐を経て 2 次元トーラス (2 重周期運動) を生じて、その後カオスに至る。2-Torus からカオスに至るルートは様々である<sup>1)</sup>。しかし、 $2.2 \leq \Gamma_x \leq 2.7$  では、2 回目の Hopf 分岐が起こる前に別の不安定が生じカオスに至る場合が殆どである。その殆どの場合が、Intermittency (間欠性カオス) である。このときの典型的な時系列を図 1 に、Phase Portrait と Poincare section を図 2 に示した。最初、周波数  $f_1$  で振動していた状態から、 $R_t \simeq 39.7 R_c$  で間欠的にバーストが生じ始め、レーリー数の増加とともにバーストの間隔が次第に短くなり、ついには乱れた振動状態となる。このバーストの間隔の確率分布が図 3 である。この Intermittency に特徴的なことは、バースト

\*は未着原稿

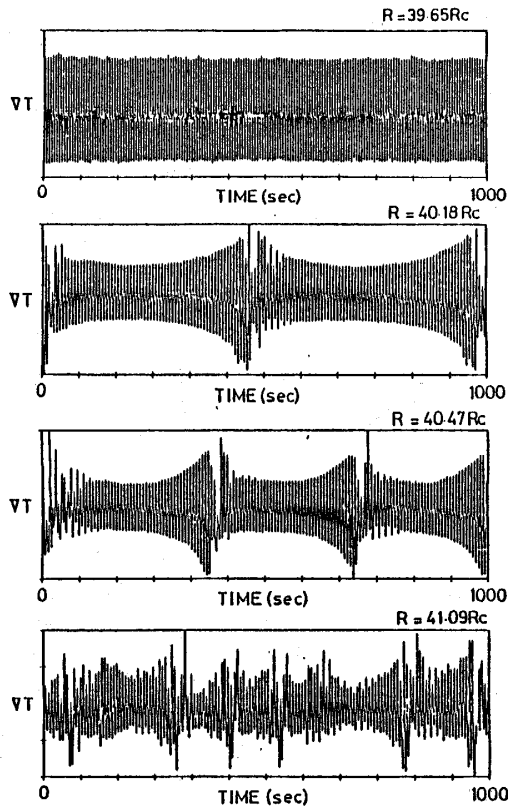


図 1

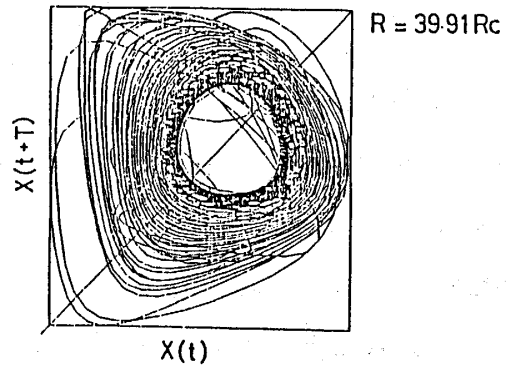


図 2

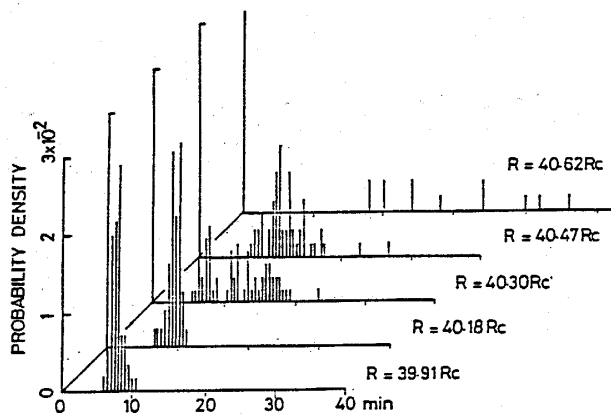


図 3

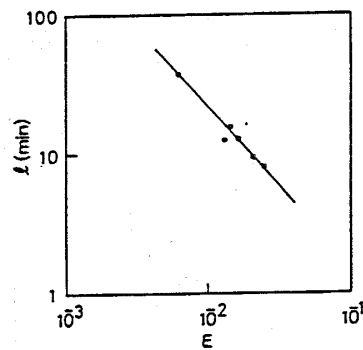


図 4

間隔に下限と上限があるように見えること、バースト間隔の平均とその周りの分散は、 $R_t$  に近づくにつれ急激に増加することである。 $\varepsilon \equiv (R - R_t)/R_t$  において、平均バースト間隔の  $\varepsilon$  依存性を調べたのが図 4 である。現時点では、測定点数が少く確定的なことは言えないが、この範囲では、 $\bar{l} \propto \varepsilon^{-1.1}$  というスケーリングが成立しているかに見える。これは、Pomeau, Manneville 等の Type I の Intermittency に関する予測  $\bar{l} \propto \varepsilon^{-0.5}$  と大きく異っている。この違いが有意なものとする、これまで予測されている Intermittency の 3 つのタイプとは、機構が異なることが予想される。今後、 $\varepsilon$  の更に小さい領域の測定と測定点数を増やすことでこの問題を

明らかにしたい。ここで、これまでの Intermittency に関する他のグループの実験報告を振り返ってみると、Type III に関する Berge 等の測定は、<sup>2)</sup> 理論と良く一致をみている。しかし、これまで Type I として報告されているものは定量的測定が殆どないばかりか、その波形も Type I のものとはかなり異っている。この問題は、現在でも未解決であることを指適しておく。次に、パワー・スペクトラムの形状について述べる。 $R = 40.18 R_c$  で比較的バースト間隔の分散が小さい場合のスペクトラムの例を図 5 に示す。基本振動数を  $\omega_0 (f_1)$  として、横軸を  $\omega - \omega_0$  にとり、両対数に表示したのが図 6 である。スペクトラムの envelop は、power-law に近い形で減衰していることがわかる。これは、Shobu, Ose, Mori<sup>3)</sup> 等の理論との比較で興味がある。

次に、もう一つの間欠性カオスの例を示す。同じ  $R_x = 2.4$  であるが、一度急激にレーリー数を上げた後、レーリー数を下げることにより、対流のロール構造の形状を変化させた結果得られたカオスの振舞が図 7 である。この現象も間欠的にバーストが生じているので、広い意味で

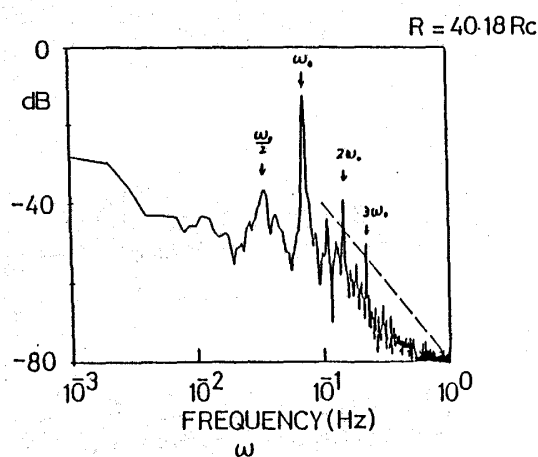


図 5

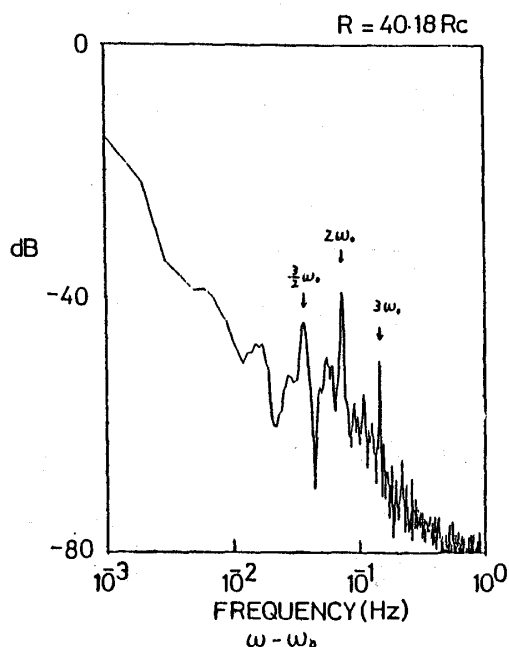


図 6

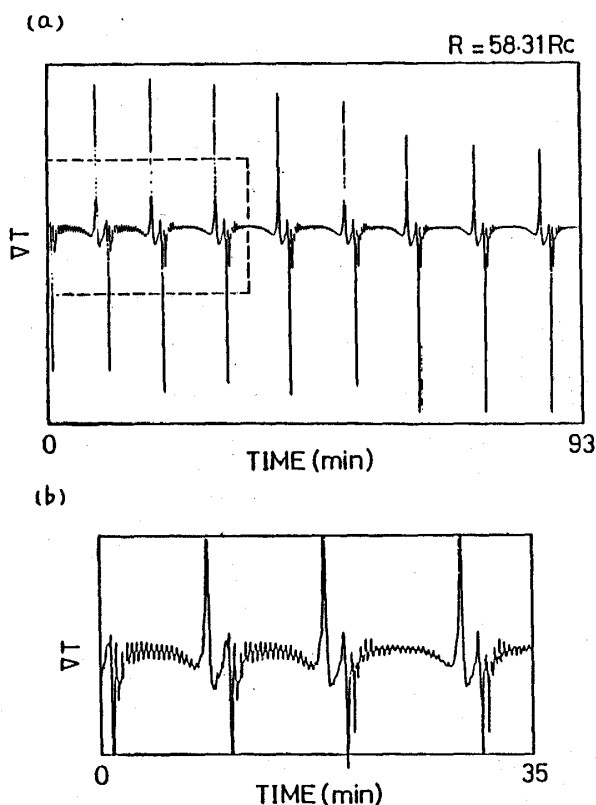


図 7

間欠性カオスと呼びたい。しかし、その振舞は大きく異なる。図 7 (b) の拡大図に見られるように、大振幅のバーストの後に続く減衰的振動が特徴的である。これは、数学的には、Silnikov

タイプのカオスと呼ばれているものと良く似ている。<sup>4)</sup> Saddle-focus の固有値を  $\alpha \pm i\beta$  と実数  $\lambda$  として、 $|\alpha| < |\lambda|$  が成立し、ホモクリニック軌道が存在すれば horseshoe の存在が証明されている。 $\lambda > 0$  で  $\alpha < 0$  ならば、図 7 の様な振動が観測されることは明らかである。これが、逆に  $\lambda < 0$ ,  $\alpha > 0$  でも Silnikov タイプの一種であるが、これは実は、Type II の Intermittency に他ならない。後者の場合は、安定平衡点から supercritical な分岐によって生ずることができるからである。しかし、前者の場合は、安定平衡点からの分岐によっては生じ得ない。そのことは、実験的に

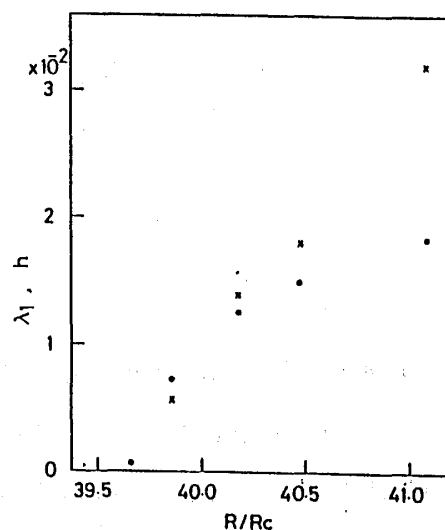


図 8

も図 7 の状態からレーリー数を下げると単一周期の振動状態に落ちつくのではなく、subcritical な分岐を経て、不連続に他のカオス状態へ移行するという実験結果と一致している。

最後に、始め示した間欠性カオスに関して、実験データから第一リアプノフ数を計算した結果を図 8 に示す。その後の発展で、実験データから、負のリアプノフ数も含めて数個のリアプノフ数を決定できる手法を筆者等は見出したことをつけ加えておく<sup>5)</sup>。また、以上の間欠性カオス発生の物理的機構については、ロール波長の不整合と、ロールの境界の運動が重要な役割を果たしていることが現在明らかになりつつある。

## 文 献

- 1) M. Sano & Y. Sawada, in *Chaos and Statistical Method*, (ed. by Y. Kuramoto), (Springer, 1984).
- 2) Dubois, Rubio and Berge, *Phys. Rev. Lett.* **51** (1983) 1446.
- 3) Shobu, Ose and Mori, *Prog. Theor. Phys.* **71** (1984) 458.
- 4) Guckenheimer and Hdmes; *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcation of Vector Fields* (Springer, 1983).
- 5) M. Sano (preprint).